Оптимальная маршрутизация инструмента машин фигурной  
листовой резки с числовым программным управлением.  
Математические модели и алгоритмы.

А.А. Петунии, А.Г. Ченцов, П.А. Ченцов

ВВЕДЕНИЕ

В различных технических приложениях возникают задачи моделирования маршрута и маршрутной оптимизации. Большая часть таких задач обычно рассматривается совре­менными исследователями через призму различных комбинаторных моделей дискретной оптимизации. Вместе с тем, при моделировании маршрута в реальных технических задачах числовые значения некоторых параметров маршрута могут выбираться из множества допустимых величин, имеющего континуальную мощность, что усложняет математические модели оптимальной маршрутизации в сравнении с классическими маршрутными постановками типа задачи коммивояжера (ЗК). Кроме того, на множество допустимых решений могут накладываться дополнительные ограничения, вызванные техническими особенностями задачи, например, технологическими требованиями к маршруту, порождаемыми спецификой конкретной предметной области. В результате возникают новые математические постановки, не охватываемые существующими методами решения. К числу такого рода сложных задач относится проблема оптимальной маршрутизации инструмента машин фигурной листовой резки с числовым программным управлением (ЧПУ). Эта проблема возникает на этапе разработки управляющих программ для машины с ЧПУ, которые задают траекторию перемещения инструмента и ряд технологических команд, определяющих параметры резки листового материала для получения из него заготовок известных форм и размеров. Необходимые данные для моделирования маршрута инструмента машины с ЧПУ определяет информация о раскройных картах, которые разрабатываются на этапе проектирования раскроя и порождают известные задачи оптимизации раскроя листового материала. С точки зрения геометрической оптимизации задачи раскроя относятся к классу задач раскроя-упаковки (Gutting & Packing), для которых, также как и для маршрутных оптимизационных проблем, не известны алгоритмы решения полиномиальной сложности. В данной работе задачи раскроя не рассматриваются. Основное направление исследования в настоящей монографии связано с моделированием маршрута инструмента машин фигурной листовой резки с ЧПУ и проблемой его оптимизации по временным и стоимостным параметрам.

В исходной задаче требуется осуществить последовательное посещение всех контуров с целью осуществления резки по эквидистантам, представляющим из себя замкнутые кривые (обсуждаются также и более сложные типы резки); точки, определяющие начало и окончание реза, могут при этом назначаться произвольно. В интересах построения конкретных решений приходится, однако, использовать дискретизацию эквидистант и некоторые дополнительные преобразования последних в непустые конечные множества — мегаполисы, что и делается в настоящей монографии (см. в этой связи [1,2]).

Если рассматривать сформулированное научное направление в его полной общности, то приходится признать, что адекватной математической теории здесь не разработано. Имеются отдельные направления, среди которых особо отметим проблему полиномиальной разрешимости для отдельных классов оптимизационных задач, которые могут использоваться в качестве подзадач рассматриваемой проблемы. Известные результаты, которые получены в последние годы в предметных областях, связанных с разработкой алгоритмов дискретной оптимизации и исследованием проблемы полиномиальной разрешимости, при всей своей значимости не охватывает проблемы “диапазонных” (в смысле размерности) задач и особенно задач, осложнённых ограничениями. В монографии авторы исследуют вопросы разработки теоретических и методологических основ решения проблемы оптимальной маршрутизации инструмента для машин фигурной листовой резки с ЧПУ, включая разработку адекватных математических моделей и алгоритмов решения для исследуемой прикладной задачи. Результаты работы могут быть использованы и для решения других прикладных задач, описываемых предложенными в монографии математическими моделями.

Монография структурно состоит из двух частей и пяти глав. В первой главе рас­смотрены основные понятия фигурной листовой резки на машинах с ЧПУ, формулируется содержательная постановка исследуемой проблемы, приводятся общие постановки и классификация возникающих оптимизационных маршрутных задач. Здесь же приведена “первичная” математическая формализация рассматриваемой проблемы и описана дискретная модель некоторых сформулированных ранее оптимизационных задач, основанная на использовании модели мегаполисов.

Во второй главе рассматриваются некоторые практические аспекты оптимизации траектории инструмента для машин листовой резки с ЧПУ: описываются способы уменьшения термических деформаций материала при оптимальной маршрутизации инструмента, исследуется проблема точного вычисления целевых функций на примере машины лазерной резки ByStar3015 и эффективность применения специальных техник резки в сравнении со стандартной техникой «резки по контуру».

Третья глава содержит описание математических моделей и методов, используемых при решении задачи последовательного обхода мегаполисов с условиями предшествования.

В четвертой главе исследованы задачи маршрутизации с ограничениями и услож­нёнными функциями стоимости. Рассматриваются вопросы, связанные с локальным улучшением эвристических решений.

В пятой главе приводятся описание разработанных авторами алгоритмов для решения задач маршрутизации, а также результаты вычислительных экспериментов, содержащих данные решения некоторых практических задач оптимизации маршрута инструмента для машин фигурной листовой резки с ЧПУ.

Две первые главы образуют в своей совокупности первую часть настоящей работы, непосредственно связанную с решением инженерных задач, относящихся к листовой резке на машинах с ЧПУ. Здесь обсуждаются конкретные варианты весьма общей постановки, указываются характерные и обозначаются на идейном уровне основные элементы этой общей постановки. Особую значимость приобретает обсуждение различных вариантов осуществления резки, включая многие подробности, важные в инженерном отношении, а также характерные ограничения. Последние существенно влияют на математическую постановку; учёт некоторых ограничений оказывается весьма затруднительным.

В первой главе подробно обсуждается стандартная техника резки (резка по замкнутому контуру), которая, как представляется, более близка к известным математическим постановкам задач о последовательном обходе мегаполисов с условиями предшествования (данное обстоятельство существенно используется во второй части работы). Упомянутые условия играют важную роль, как на этапе инженерной постановки, так и на этапе математического исследования. Их конкретный вариант состоит (в данной задаче) в необходимости более раннего вырезания внутренних контуров деталей и “внутренних” деталей, то есть деталей, располагаемых (после раскроя) внутри других (объемлющих) деталей, что соответствует размещению по схеме “матрёшки”. Само решение задачи является многоэтапным и упомянутые условия предшествования касаются всей совокупности упомянутых этапов. В то же время сам характер этих условий оказывается до некоторой степени удобным для их последующего учёта на этапе общей постановки; они касаются выбора очередности достаточно крупных фрагментов решения и имеют комбинаторный характер.

В первой части монографии обсуждаются также различные варианты нестандартной техники резки (цепная резка, резка с перемычками, резка “змейкой” и др.). Вводятся важные понятия сегмента резки и базового сегмента резки, определяющие общий взгляд на проблему классификации вариантов резки (резка по замкнутому контуру, мульти-сегментная и мульти-контурная резки). Понятия сегмента резки и базового сегмента являются по сути объединяющими различные варианты резки в естественные классы, допускающие исследование соответствующих конкретных вариантов с единых позиций и существенно расширяющие существующую классификацию задач маршрутизации инструмента для машин листовой резки с ЧПУ.

Особое внимание уделено в монографии вопросам, связанным с формализацией и ма­тематической постановкой рассматриваемых инженерных задач. Частично эти вопросы затрагиваются в первой части, где проблемы формализации обсуждаются с позиций инженерного исследования; решения трактуются как маршруты резки, являющиеся объектами выбора исследователем с целью по возможности максимального улучшения (совокупного) результата при соблюдении комплекса разнообразных ограничений. Такой подход позволяет сформулировать определённые ориентиры, которые особенно полезны при разработке эффективных эвристических алгоритмов. Само же применение эвристических методов для решения практических задач представляется неизбежным. Здесь же рассматривается задача точного вычисления целевых функций, в рамках решения которй исследуются практические вопросы определения зависимости фактической скорости резки от числа кадров управляющей программы (на примере машины лазерной резки ByStar3015), описывается методика определения параметров для целевой функции стоимости лазерной резки с вычислением стоимостных параметров этой функции для различных марок и толщин листовых материалов.

В результате вышеупомянутой и, по смыслу, “первичной” формализации проблемы, проведенной в первых двух главах монографии, мы получаем дискретные задачи нелинейного программирования большой размерности, представляющие в своей исходной постановке серьёзные затруднения как для качественного исследования, так и для процедур поиска конкретных решений. Определённые возможности для теоретического исследования подобных задач открывает, как представляется, весьма общий подход, последовательно развиваемый во второй части (третья, четвёртая и пятая главы монографии) и связанный с применением аппарата широко понимаемого динамического программирования (ДП), реализуемого в условиях ограничений исходной задачи. Данный подход, естественно связываемый с идеями Р. Беллмана и широко используемый, в частности, в современной теории управления, требует, однако, опреде­лённого переосмысливания самой постановочной части. Так, выбор решения (маршрут резки в первой части) полезно трактовать как выбор пары маршрут-трасса, где понятие “маршрут” связывается уже с перестановкой индексов, используемых для нумерации контуров вырезаемых деталей, а трасса имеет смысл, подобный маршруту резки первой части. При этом возникает определённая иерархия: маршрут (в виде перестановки индексов) определяет пучок согласованных с ним и, потому, подчинённых ему трасс и или траекторий, которые уже перестановками, вообще говоря, не являются. Маршрут позволяет занумеровать контуры, подлежащие резке, а трасса определяет конкретный вариант их посещения (точнее, посещения эквидистант, соответствующих данным контурам). Имеется, целый ряд обстоятельств, мотивирующих упомянутую иерархию. Сейчас отметим только одно: условия предшествования относятся, строго говоря, к способу нумерации контуров. Таким образом, эти условия порождают ограничения именно на выбор перестановки индексов, то есть на выбор маршрута, понимаемого в традиционном для ЗК смысле. Это важное обстоятельство позволяет затем использовать условия предшествования “в положительном” направлении в смысле снижения сложности вычислений (имеется в виду процедура на основе ДП).

Итак, во второй части монографии само понятие решения определённым образом структурируется; выделяются две компоненты: маршрут (как перестановка индексов) и трасса или траектория. Данная логика естественна с точки зрения теории управления, элементы которой (имеются в виду задачи управления с дискретным временем) используются в построениях второй части монографии. При этом реализация трассы осуществляется в пределах пучка, однозначно определяемого маршрутом. Критерий качества предполагается аддитивным. Это означает, что для каждого конкретного решения значение критерия получается суммированием стоимостей, характеризующих все этапы перемещений, связанных с реализацией упомянутого решения в виде пары маршрут-трасса.

Для задач, связанных с листовой резкой, исключительно важным является учёт ограничений, связанных с тепловыми деформациями материала и порождаемыми этими деформациями эвристическими правилами (т.н. “жесткостью” листа и деталей), сформулированными в первой главе монографии. Характерной особенностью таких ограничений является то, что все они формируются по мере развития процесса резки и, по большому счёту, зависят от истории последнего, что определяет принципиальное отличие рассматриваемых задач от оптимизационных задач с фиксированными ограничениями. Здесь опять-таки оказывается уместным двухуровневое представление решения, поскольку целый ряд данных “динамических” ограничений удаётся представить в терминах зависимостей от маршрута, определяемого в виде перестановки индексов.

Учёт динамических ограничений осуществляется в настоящей монографии посредством введения специальных функций стоимости, которые объективно играют роль штрафов. При этом, однако, возникают функции стоимости, включающие зависимость от списка заданий, уже выполненных на момент соответствующего перемещения. Данная особенность существенно осложняет конструкции на основе ДП; в этой связи сначала в третьей главе рассматривается случай, когда вышеупомянутая зависимость от списка заданий отсутствует, что позволяет привлечь для целей качественного исследования более простую и более понятную версию ДП.

Более общий случай, когда зависимость функций стоимости от списка заданий уже допускается, рассматривается в четвёртой главе. С точки зрения применения аппарата ДП оказывается более удобным использовать при формализации задачи функции стоимости, допускающие зависимость от списка ещё не выполненных заданий. Кроме того, по постановке допускаются условия предшествования, которые в задачах, связанных с листовой резкой имеют ясный содержательный смысл: внутренние контуры деталей должны вырезаться раньше внешних; в случае расположения одних деталей “внутри” других резка “внутренних” деталей должна осуществляться раньше, чем резка “внешних”.

Для вышеупомянутой общей постановки в рамках концепции двухуровневого решения (определяемого всякий раз в виде пары маршрут-трасса) осуществляется построение специального расширения исходной задачи. Потребность в данном расширении связана с учётом условий предшествования, которые порождают “неудобные” ограничения на маршрут в целом. Данные ограничения удаётся, однако, эквивалентным образом преобразовать к условиям, определяемым некоторым естественным правилом вычеркивания заданий из списка. Итак, допустимость по предшествованию эквивалентным образом заменяется допустимостью по вычеркиванию. Последняя более удобна для целей применения аппарата ДП, поскольку связывается с условиями на отдельные этапы процесса перемещений. Грубо говоря, данная допустимость нужным образом локализуется, что и позволяет затем задействовать конструкции широко понимаемого ДП и получить затем уравнение Беллмана.

В связи с трудностями вычислительной реализации на основе данного уравнения конструируется система преобразования так называемых слоёв функции Беллмана. Речь идёт о том, чтобы при условиях предшествования (а это типичный случай в рас­сматриваемом классе задач) ограничиться частичным построением массива функции Беллмана, а, точнее, системы её слоёв. Последние, в свою очередь, определяются со­ответствующими слоями пространства позиций, в определении которых задействуются так называемые существенные списки заданий.

Разумеется, даже при использовании усечённого вышеупомянутым способом массива значений функции Беллмана практическое использование (оптимальной) процедуры на основе ДП возможно лишь в задачах умеренной размерности. В то же время представляют интерес методы локального улучшения маршрутных решений посредством применения оптимизирующих вставок, при построении которых удаётся уже задействовать схему на основе ДП.

Важно отметить, что само применение оптимизирующих вставок в задаче маршру­тизации с условиями предшествования и стоимостями, зависящими от списка заданий, потребовало серьёзного теоретического обоснования, которое проведено в четвёртой главе.

В целях более глубокого воздействия на исходное эвристическое решение (имеется в виду решение задачи достаточно большой размерности) предлагается использовать итерационные процедуры с варьированием начала вставки. Конкретные варианты по­строения таких процедур приведены в пятой главе, в которой также содержатся соот­ветствующие результаты вычислительного эксперимента.

В целом использование аппарата ДП на уровне вставок, включая применение режима итераций, представляется реальной возможностью включения упомянутого (теоре­тического) аппарата в процесс решения маршрутных задач, представляющих практический интерес. Здесь особенно важным представляется разработка методов и алгоритмов решения задач с ограничениями разных типов. В частности, это касается динамических ограничений, которые складываются по мере развития процесса. Данный тип ограничений “обрабатывается” в настоящей монографии (это уже отмечалось ранее) посредством введения функций стоимости с зависимостью от списка заданий, что требует конструирования таких функций, и насчитывания соответствующих массивов их значений. Последнее существенно осложняет вычисления (особенно при использовании ДП). Поэтому представляется важной разработка эффективных эвристических алгоритмов, для которых предварительное глобальное построение вышеупомянутых массивов значений функций стоимости не делается; вместо этого осуществляется построение локальных массивов, реализующихся по мере развития процесса. Один из таких алгоритмов приведен в пятой главе.

Оценивая содержание монографии, можно отметить основательную инженерную и математическую проработку материала. Обсуждаются различные варианты фигурной резки и намечены обобщения известных понятий, позволяющие применять специальные математические методы. В частности, предлагается при описании процесса резки ис­пользовать естественную модель мегаполисов, в рамках которой допускается на каждом этапе возможность выбора точки врезки из заданной и достаточно представительной совокупности. Это позволяет с одной стороны свести трудно решаемую непрерывно-дискретную задачу нелинейного программирования к задаче дискретной оптимизации, а с другой – существенно расширить возможности получения оптимальной (или близкой к ней) управляющей программы резки в сравнении с тем случаем, когда точка врезки фиксирована для каждого контура.

Отдельного обсуждения заслуживает вопрос о применении ДП. Прежде всего, следует отметить, что ДП в изложении, принятом в настоящей монографии, является теоретическим методом. На его основе, конечно, может быть построен алгоритм, применимый для построения оптимальных решений в задачах малой размерности. Но все же это уже следствие. Роль ДП, как общего метода решения экстремальных задач, очень велика. Но, пожалуй, в наибольшей степени эта роль проявляется в задачах теории управления, что связано, прежде всего, с работами Р. Беллмана. В настоящей монографии конструкции широко понимаемого ДП соответствуют идейно взгляду на данный метод, принятому в теории управления. В частности, значительное место занимает получение уравнения Беллмана и следствий этого уравнения, связанных с использованием условий предшествования в положительном направлении. В то же время вывод уравнения Беллмана опирается на специальную процедуру расширения исходной задачи, в основе которой находится эквивалентное преобразование системы ограничений. Итак, широко понимаемое ДП является (в настоящей монографии) прежде всего теоретическим методом, позволяющим изучать структуру очень сложных задач маршрутизации. Грубо говоря, он “справляется” с разнообразными ограничениями, проявляя при этом большую универсальность (так, например, данный метод без каких-либо существенных изменений идейного характера удалось использовать при неаддитивном агрегировании затрат и, в частности, в маршрутных задачах “на узкие места”).

В то же время в дискретной оптимизации ДП нередко воспринимается только как алгоритм; здесь имеется в виду прежде всего применение ДП для решения ЗК (в ан­глоязычной редакции — TSP). Вполне естественным является тот факт, что в такой “простой” по постановке задаче, как ЗК, алгоритм на основе ДП нередко проигрывает другим алгоритмам (например, методу ветвей и границ). Это и неудивительно в силу определённой “всеядности” ДП. Однако вопрос о месте ДП в решении сложных задач маршрутизации с ограничениями всё же стоит достаточно остро. В настоящей монографии, наряду с организацией оптимизирующих вставок с применением ДП, развивается также следующих взгляд на упомянутую проблему. Речь идёт о тестировании эвристик на задачах маршрутизации умеренной размерности, но при тех же ограничениях, что и реальная исходная постановка (таким образом, реализуется своеобразная “дрессировка” эвристик; при этом, конечно, требуется достаточно представительная выборка решенных задач). Итак, принимая точку зрения о неизбежности эвристик в маршрутных задачах большой размерности, мы с помощью ДП стараемся “наладить” сравнение эвристик на выборках задач умеренной размерности.

Сейчас мы совсем кратко коснёмся имеющихся источников, обозначая тем самым сложившиеся направления исследований.

В связи с конкретной задачей оптимизации управления режущим инструментом машин листовой резки с ЧПУ отметим работы [3-12] и обзор [13]. В целом ряде российских и зарубежных исследований обычно предполагалось, что точка врезки инструмента в листовой материал выбрана заранее для каждого вырезаемого контура. Это позволяет использовать модель ЗК, но снижает практическую ценность, поскольку уже на постановочном уровне исключает из рассмотрения основную часть полезных вариантов решения. Еще одна группа новых зарубежных публикаций описывает алгоритмы решения задач, в которых точки врезки для каждого контура выбираются из некоторого конечного множества (что было предложено авторами монографии ранее), но применяется только стандартная техника резки (резка по замкнутому контуру – задача GTSP). В качестве математической модели оптимизационной задачи в этом случае используется модель обобщенной задачи коммивояжера. Более общий случай – задача резки с конечным набором точек врезки: резка может начаться только в одной из заранее заданных точек на контуре, однако контур может быть вырезан за несколько подходов, по частям. Некоторые алгоритмы для решения частных случаев этой задачи описаны, например, в [12,14]. Следует отметить, что для задачи т.н. «произвольной резки», когда не накладывается никаких ограничений на выбор точек начала и конца резки, а также на последовательность резки контуров и их частей, пока не предложено формальных математических моделей и каких-либо алгоритмов решения. Кроме того, во всех современных исследованиях остаются практически не рассмотренными вопросы учета технологических требований резки, связанных с упомянутой выше “жесткостью” материала, порождающей ограничения на выбор точек врезки в материал и последовательность резки контуров вырезаемых деталей. На практике эти вопросы часто решаются с использованием интерактивных методов проектирования, когда пользователь системы автоматизированного проектирования управляющих программ для машин листовой резки с ЧПУ в диалоговом режиме определяет и набор сегментов резки и точки врезки для каждого сегмента. Кажущаяся естественной идея использования результатов моделирования тепловых полей для соблюдения технологических требований термической резки пока не получила адекватной для практики реализации.

Другой особенностью публикаций по рассматриваемой оптимизационной проблеме является отсутствие разработок точных алгоритмов.

В связи с исследованиями ЗК отметим сейчас обстоятельный обзор [15-17], работы [18,19], связанные с применением ДП для решения ЗК, а также более поздние монографии [20,21]. Отметим, что в обзоре [15-17] обсуждаются также задачи типа ЗК (то есть варианты ЗК с теми или иными особенностями); в этой связи см. также [22]. Имеется и много других работ, ориентированных идейно на подходы, сложившиеся в связи с решением ЗК. Это касается, в частности, использования метода ветвей и границ [23], который находит широкое применение и в других задачах дискретной оптимизации, в частности, в задачах с условиями предшествования [24]. Традиционно много публикаций появляется в последнее время в связи с разработкой различных вариантов метаэвристик [25-28], однако они ориентированы, в основном, на решение ЗК без дополнительных ограничений.

Несколько слов о работах авторского коллектива монографии и его соавторов по теме работы. Решение задач оптимизации управления инструментом для маши листовой резки с ЧПУ помимо уже упомянутых публикаций рассматривалось авторами, в частности, в [29-37]. В [29,30] были сформулированы эвристические правила (правила “жесткости”) резки фигурных заготовок на машинах для термической резки листовых материалов. В [31] для формализации задачи оптимизации маршрута для случая стандартной техники резки предложено при программировании в *CAM* системе управляющих программ резки использовать математическую модель обобщенной задачи коммивояжера с дополнительными ограничениями. В [32] применена модель ДП для решения задачи о последовательном обходе мегаполисов А.Г.Ченцова, позволяющая разрабатывать точные алгоритмы решения маршрутной задачи со сложными видами ограничений. Для задач большой размерности был разработан ряд приближенных алгоритмов (см., в частности, [33,34]). Впоследствии на основе введенных понятий “сегмента резки” и “базового сегмента резки”[35,36] проведено обобщение полученных результатов для случая задач с заранее определенным набором сегментов резки, а в [37] реализован алгоритм, учитывающий динамические ограничения жесткости детали при выборе точек врезки. В работах [38,39] было показано, что этот выбор может быть сделан на основе моделирования температурных полей при термической резке материала. Вопросы оптимальности разрабатываемых алгоритмов при применении метода ДП были рассмотрены в [40-43]. В [44-47] исследованы вопросы точного вычисления целевых функций и эффективность применения специальных техник резки при решении практических оптимизационных задач лазерной резки деталей на машинах с ЧПУ.

Построения, связанные с используемым в монографии вариантом метода ДП, восходят к [48] и последующей большой серии журнальных статей, среди которых сейчас отметим лишь некоторые (см. [49-56]), имея в виду, что многие ссылки будут введены по мере необходимости в тексте. Упомянутые работы [49-56] в основном посвящены решению абстрактных задач маршрутизации, но математический аппарат, разработанный в этих работах, оказался полезным и для решения различных прикладных задач. В числе последних следует, конечно, отметить практические задачи первой части монографии, связанные с разработкой УП для машин с ЧПУ. С другой стороны, развиваемые в этих работах подходы, нашли применение в некоторых задачах атомной энергетики, связанных с проблемой снижения облучаемости работников АЭС при выполнении комплекса работ. Одна из постановок такого рода связана с актуальной проблемой демонтажа энергоблока АЭС, выведенного из эксплуатации. Возможно также применение к решению задач, возникающих при аварийных ситуациях, подобных Чернобылю и Фукусиме. В этой связи отметим монографию [57] (см. также весьма обширную библиографию [57]).

Полезно отметить, что существует много других прикладных задач с элементами маршрутизации и ограничениями, подобными рассмотренным в монографии. Сейчас отметим задачи о морских и авиационных перевозках, где также могут возникать условия предшествования, определяющие, в частности, порядок перевозки грузов между промежуточными пунктами (портами, аэродромами). Элементы маршрутизации при­сутствуют в задаче авиапожарного патрулирования лесных массивов.

Литература

1. Ченцов А.Г., Ченцов А.А. Дискретно-непрерывная задача маршрутизации с условиями предшествования //Труды института математики и механики УрО РАН. 2017. Т. 23. № 1. С. 275-292.
2. Chentsov A.A., Chentsov A.G. Dynamic programming method in the generalized traveling salesman problem: the influence of inexact calculations // Mathematical and computing modelling. 2001. Vol. 33. P. 801-819.
3. Hoeft, J., Palekar, U. S. (1997). Heuristics for the plate-cutting traveling salesman problem. IIE Transactions, 29, 719-731.
4. Lee M.-K., Kwon K.-B. Cutting path optimization in CNC cutting processes using a two-step genetic algorithm. Dec. 2006. International Journal of Production Research 44 (24), P.5307-5326.
5. Yang, W. B., Zhao, Y. W., Jie, J., Wang, W. L. (2010). An Effective Algorithm for Tool-Path Airtime. Optimization during Leather Cutting. Advanced Materials Research. 102, 373-377.
6. Jing Y., Zhige C. An Optimized Algorithm of Numerical Cutting-Path Control in Garment Manufacturing. — 2013. — Advanced Materials Research. 796. P.454-457.
7. Yu W, Lu L (2014) A route planning strategy for the automatic garment cutter based on genetic algorithm. In: *IEEE congress on evolutionary computation (CEC)*, pp. 379–386
8. Dewil, R., Vansteenwegen, P., Cattrysse, D. (2014) Construction heuristics for generating tool paths for laser cutters. International Journal of Production Research, Mar. 2014, 1-20.
9. Dewil, R., Vansteenwegen, P., Cattrysse, D., Laguna, M., Vossen, T. (2015) An improvement heuristic framework for the laser cutting tool path problem. International Journal of Production Research., 53 (6) (2015), pp. 1761–1776.
10. Фроловский В.Д. Автоматизация проектирования управляющих программ тепловой резки металла на оборудовании с ЧПУ // Информационные технологии в проектировании и производстве. 2005. № 4. С. 63-66 .
11. Ганелина Н.Д., Фроловский В.Д. Исследование методов построения кратчайшего пути обхода отрезков на плоскости // Сибирский журнал вычислительной математики. №3, т. 9. 2006. с. 201-212.
12. Верхотуров M.A., Тарасенко П.Ю. Математическое обеспечение задачи опти­мизации пути режущего инструмента при плоском фигурном раскрое на основе цепной резки. // Вестник УГАТУ. Управление, ВТиИТ. Уфа: Изд-во УГАТУ. 2008. Т.10. №2 (27). с.123-130.
13. Dewil, R., Vansteenwegen, P., Cattrysse, D. (2016) A review of cutting path algorithms for laser cutters. Int J Adv. Manuf. Techno.l 87:1865–1884.
14. Sherif S. U., Jawahar N., Balamurali M. (2014) Sequential optimization approach for nesting and cutting sequence in laser cutting //Journal of Manufacturing Systems. 2014, V. 33, №. 4, pp. 624-638.
15. Меламед И.И., Сергеев С.И., Сигал И.Х. Задача коммивояжера. Вопросы теории // Автоматика и телемеханика. 1989. № 9. С. 3-34.
16. Меламед И.И., Сергеев С.И., Сигал И.Х. Задача коммивояжера. Точные ал­горитмы // Автоматика и телемеханика. 1989. № 10. С. 3-29.
17. Меламед И.И., Сергеев С.И., Сигал И.Х. Задача коммивояжера. Приближен­ные алгоритмы // Автоматика и телемеханика. 1989. № 11. С. 3-26.
18. Веллман Р. Применение динамического программирования к задаче о коммивоя­жере // Кибернет. сб. М.: Мир, 1964. Т. 9. С. 219-228.
19. Хелд М., Карп Р.М. Применение динамического программирования к задачам упорядочения // Кибернет. сб. М.: Мир, 1964. Т. 9. С. 202-218.
20. Gutin G., А.Р. Punnen А.Р. (editors) The Traveling Salesman problem and its variations // Kluwer Academic Publishers, 2002. vol. 12, p. 585-607.
21. William J. Cook. In pursuit of the traveling salesman. Mathematics at the limits of computation. Princeton University Press, NJ, 2012. P.248.
22. Сигал И.Х. Декомпозиционный подход к решению задачи коммивояжера большой размерности и некоторые его приложения // Изв. АН СССР. Техн. киберн. 1990. № 6. С. 143-155.
23. Литл Дж., Мурти К., Суини Д., Кэрел К. Алгоритм для решения задачи о коммивояжере // Экономика и математические методы. 1965. Т. 1 (Вып. 1) С. 94-107.
24. Ascheuer, N., Jünger, M., Reinelt, G. (2000) A Branch & Cut Algorithm for the Asymmetric Traveling Salesman Problem with Precedence Constraints. Computational Optimization and Applications. Volume 17, Issue 1, pp 61-84.
25. Karapetyan, D., Gutin G. (2011) Lin-Kernighan Heuristic Adaptations for the Generalized Traveling Salesman Problem. European J. of Operational Research 208 (3): 221–232.
26. Karapetyan. D., Gutin, G. (2012) Efficient Local Search Algorithms for Known and New Neighborhoods for the Generalized Traveling Salesman Problem. Eur. J. Oper. Res, 219(2):234-251.
27. Concorde TSP Solver Lin–Kernighan heuristic software, downloaded in April 2016, http://www.math.uwaterloo.ca/tsp/concorde/downloads/downloads.htm
28. Xie, S. Q., Gan, J., Wang, G. G., Vn, C., (2009). Optimal process planning for compound laser cutting and punch using Genetic Algorithms. International Journal of Mechatronics and Manufacturing Systems. 2 (1/2), 20-38.
29. Петунии А.А. О некоторых стратегиях формирования маршрута инструмента при разработке управляющих программ для машин термической резки материала // Вестник УГАТУ. Серия: Управление, вычислительная техника и информатика. 2009. Т. 13, № 2 (35). С. 280-286.
30. Petunin, A. A., & Stlios, C. (2016). Optimization Models of Tool Path Problem for CNC Sheet Metal Cutting Machines. Ifac papersonline, 49(12), 23-28.
31. Петунин, А.А. Методологические и теоретические основы автоматизации проектирования раскроя листовых материалов на машинах с числовым программным управлением: дисс. на соиск. уч. ст. докт. техн. наук: 05.13.12/[А.А. Петунин](https://elibrary.ru/author_items.asp?refid=369734423&fam=%D0%9F%D0%B5%D1%82%D1%83%D0%BD%D0%B8%D0%BD&init=%D0%90+%D0%90) -Свердловск, 2009. -348 с.
32. Петунии А.А., Ченцов А.Г., Ченцов П.А. К вопросу о маршрутизации движения инструмента в машинах листовой резки с числовым программным управлением // Научно-технические ведомости СПбГПУ, № 2 (169), 2013, С. 103-111.
33. Петунии А.А., Ченцов А.Г., Ченцов П.А. Локальные вставки на основе динамического программирования в задаче маршрутизации с ограничениями // Вестник Удмуртского университета. Математика. Механика. Компьютерные науки. 2014. Вып. 2. С. 56-75
34. Heuristic algorithms for solving of the tool routing problem for CNC cutting machines / Chentsov P.A., Petunin A.A., Sesekin A.N., Shipacheva E.N., Sholohov A.E. // AIP Conference Proceedings. - 2015. - V. 1690, 030004-1 – 030004-6.
35. [Modeling of tool path for the CNC sheet cutting machines](http://scitation.aip.org/content/aip/proceeding/aipcp/10.1063/1.4936740) Petunin, [Aleksandr A.](http://scitation.aip.org/search?value1=Aleksandr+A.+Petunin&option1=author&option912=resultCategory&value912=ResearchPublicationContent) // AIP Conference Proceedings. – 2015. V. 1690, 060002-1 – 060002-7.
36. Petunin, Alexander (2019). General Model of Tool Path Problem for the CNC Sheet Cutting Machines.  Ifac papersonline, V.??, l. 12. - P. ????-????
37. Tool Routing Problem for CNC Plate Cutting Machines / Chentsov P.A., Petunin A.A. // IFAC-PapersOnLine. - 2016. - V. 49, l. 12. - P. 645-650.
38. Petunin, A. A., Polishuk, E. G., Chentsov, A. G., Chentsov, P. A., & Ukolov, S. S. (2016). About some types of constraints in problems of routing. Pasheva, N. Popivanov, & G. Venkov (Edit.), APPLICATIONS OF MATHEMATICS IN ENGINEERING AND ECONOMICS (AMEE'16) (Vol 1789). [060002] (*AIP Conference Proceedings; Vol.1789). American Institute of Physics Publising LLC.*
39. A.A. Petunin, E.G. Polyshuk, P.A. Chentsov, S.S. Ukolov, V. I. Krotov (2019). The termal deformation reducing in sheet metal at manufacturing parts by CNC cutting machines.IOP Conference Series: Materials Science and Ebgineering (MSE).
40. Routing problems: constraints and optimality / Chentsov A.G., Chentsov P.A., Petunin A.A., Sesekin A.N. // IFAC-PapersOnLine. - 2016. - V. 49, l. 12. - P. 640-644.
41. Э[лементы динамического программирования в конструкциях локального улучшения эвристических решений задач маршрутизации с ограничениями](http://elibrary.ru/item.asp?id=28903797)/ Петунин А.А., Ченцов А.А., Ченцов А.Г., Ченцов П.А // [Автоматика и телемеханика](http://elibrary.ru/contents.asp?issueid=1820293). 2017. [№ 4](http://elibrary.ru/contents.asp?issueid=1820293&selid=28903797). С. 106-125.
42. Chentsov, A. G., Chentsov, P. A., Petunin, A. A., & Sesekin, A. N. (2018). Model of megalopolises in the tool path optimisation for CNC plate cutting machines. International Journal of Production Research, 56(14), 4819-4830.
43. Petunin, A. A., Chentsov, A. G., & Chentsov, P. A. (2019). Optimizing Insertions in a Constraint Routing Problem with Complicated Cost Functions // *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 58(1), 113-125.
44. Петунин, А. А., & Таваева, А. Ф. (2015). ОБ ОПТИМИЗАЦИИ МАРШРУТА ИНСТРУМЕНТА ДЛЯ МАШИН ФИГУРНОЙ ЛИСТОВОЙ РЕЗКИ С ЧПУ ПРИ УСЛОВИИ НЕПОСТОЯНСТВА СКОРОСТИ РАБОЧЕГО ХОДА. Фундаментальные исследования, (6-1), 56-62.
45. Tavaeva, A. F., & Petunin, A. A. (2017). Investigation of Cutting Speed Influence on Optimality of the Tool Path Route for CNC Laser Cutting Machines. *International Conference on Industrial Engineering, Applications and Manufacturing,* ICIEAM 2017 - Proceedings [8076452] Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc.
46. Tavaeva A., Petunin A., Krotov V. (2017) About effectiveness of special cutting techniques application during development of automatic methods of tool path optimization applied to CNC thermal cutting machines. Proceedings of the 19th international workshop on computer science and information technologies CSIT’2017, Germany, Baden-Baden, 2017, pp.221-226.
47. Таваева, А. Ф., & Петунин, А. А. (2018). Точное вычисление стоимости резки заготовок из листового материала на машине лазерной резки с числовым программным управлением в задаче оптимизации маршрута перемещения режущего инструмента //Моделирование, оптимизация и информационные технологии, 6(4 (23)), 298-312.
48. Ченцов А.Г. Экстремальные задачи маршрутизации и распределения заданий: вопросы теории. М.-Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика». 2008. 238с.
49. Ченцов А.А., Ченцов А.Г., Ченцов П.А. Экстремальная задача маршрутиза­ции с внутренними потерями // Труды Института математики и механики УрО РАН. 2008. Т. 14, № 3, с. 183-201.
50. Ченцов А.А., Ченцов А.Г., Ченцов П.А. Экстремальная задача маршрутиза­ции перемещений с ограничениями и внутренними потерями // Изв. вузов. Мате­матика. 2010. № 6. С.64-81.
51. Ченцов А.Г. Об оптимальной маршрутизации в условиях ограничений // Доклады Академии Наук, 2008, Т. 423, № 3, с. 303-307.
52. Ченцов А.Г., Ченцов А.А. Задача маршрутизации с ограничениями, зависящими от списка заданий // Доклады Академии Наук, 2015, т.465, № 2, с. 154-158.
53. Кошелева М.С., Ченцов А.А., Ченцов А.Г. О задаче маршрутизации с огра­ничениями, включающими зависимость от списка заданий// Труды Института математики и механики УрО РАН. 2015. Т. 21. № 4. С. 178-195.
54. Ченцов А.Г., Ченцов П.А. Маршрутизация перемещений с ограничения­ми и нестационарными функциями стоимости// Научно-технические ведомости СПбГПУ. Информатика. Телекоммуникации. Управление. 4(152)/2012, с. 88-93.
55. Ченцов А.Г., Ченцов П.А. Об одном нестационарном варианте обобщенной задачи курьера с внутренними работами / А.Г.Ченцов, П.А.Ченцов // Вести. ЮУрГУ. 2013. Т.6, № 2. С.88-107.
56. Ченцов А.А., Ченцов А.Г. К вопросу о нахождении значения маршрутной задачи с ограничениями // Проблемы управления и информатики. 2016. № 1. С.41-54
57. Коробкин В.В., Сесекин А.Н., Ташлыков О.Л., Ченцов А.Г. Методы марш­рутизации и их приложения в задачах повышения безопасности и эффективности эксплуатации атомных станций / Под общ. ред. член-корр. РАН П.А. Каляева. - М.: Новые технологии, 2012. 234 с.

ГЛАВА 1

МОДЕЛИРОВАНИЕ МАРШРУТА ИНСТРУМЕНТА ДЛЯ МАШИН ФИГУРНОЙ ЛИСТОВОЙ РЕЗКИ С ЧПУ. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ЗАДАЧИ

**§1.1. Технологии и техники листовой резки на машинах с ЧПУ**

В машиностроении, в производстве металлоконструкций и в других отраслях промышленности существенная часть продукции изготавливается из заготовок, получаемых из листовых материалов на различном технологическом оборудовании.К такому оборудованию относятся, в частности, машины с числовым программным управлением (ЧПУ) для фигурной листовой резки. Используемые на предприятиях отечественные и зарубежные системы автоматизированного проектирования (САПР), предназначенные для разработки управляющих программ (УП) для машин листовой резки с ЧПУ (т.н. *Computer-Aided Manufacturing, CAM*-системы) обеспечивают автоматизацию процесса разработки УП, однако не позволяют решить многие оптимизационные задачи. При этом при моделировании маршрута инструмента пользователям САПР часто приходится применять интерактивные методы проектирования УП, поскольку алгоритмы генерации УП, реализованные в автоматическом режиме проектирования, во многих случаях не позволяет генерировать оптимальные управляющие программы, а также обеспечить соблюдение некоторых технологических требований листовой резки. В качестве критериев оптимизации имеются в виду время резки и некоторые другие стоимостные характеристики процесса листовой резки. Проблема разработки методов, алгоритмов и соответствующего программного обеспечения, позволяющих в автоматическом режиме оптимизировать параметры процесса резки заготовок из листовых материалов на машинах с числовым программным управлением, включая алгоритмы маршрутизации движения инструмента, которые бы обеспечивали минимизацию времени резки и стоимости процесса, остается актуальнейшей задачей раскройно-заготовительного производства.

Рассмотрим понятие маршрута инструмента (маршрута резки) применительно к некоторым технологиям фигурной листовой резки. В настоящее время в промышленном производстве единичного и мелкосерийного типа для раскроя листовых материалов используются в основном следующие технологии: лазерная, плазменная, газовая и гидроабразивная. Целесообразность их применения определяется различными технологическими факторами, например, свойствами раскраиваемого материала, экономическими требованиями к процессу резки, требованиями к качеству реза и пр. Эти и некоторые другие технологии резки предполагают, что для сохранения требуемой геометрии заготовки траектория движения режущего инструмента не совпадает с граничным контуром заготовки, а задается некоторой эквидистантой этого контура, поскольку часть материала вырезается («сгорает», «вымывается» и пр.) в процессе резки. Как правило, дистанция между эквидистантным контуром, по которому осуществляется резка, и граничным контуром заготовки определяется величиной, равной половине ширины реза. Эта величина зависит от выбранной технологии резки, толщины и марки материала, заданной скорости резки и особенностей конкретного технологического оборудования, используемого для резки.

Еще она особенность листовой резки – необходимость предварительной врезки (пробивки) материала перед процессом резки непосредственно по эквидистантному контуру заготовки. Пробивка материала сопровождается дополнительными деформациями материала в точке врезки, поэтому производится на расстоянии (дистанции) от контура заготовки большем, чем дистанция до эквидистантного контура за исключением случаев, когда для точек врезки в листовом материале механическим способом готовятся (например, просверливаются) отверстия. Врезка может также осуществляться непосредственно на границе материала («врезка с края листа»). В этом случае достигается уменьшение деформаций материала и сокращается время врезки.

Один из способов резки заготовки (стандартная техника) показан на Рис.1.

Точка входа в эквидистантный контур

Точка выключения инструмента

**Точка врезки**

Контур детали

Траектория входа в контур (lead-in)

Траектория выхода из контура (lead-out)

Эквидистанта контура

Направление резки

*Рисунок 1. Схема стандартной техники резки (резка по замкнутому контуру)*

Если используется стандартная техника резки, то в этом случае каждый замкнутый контур вырезается целиком, и после резки одного контура переход к следующей точке врезки происходит с выключенным инструментом на холостом ходе. При этом точка выключения инструмента, в общем случае, может не совпадать с точкой входа в эквидистантный контур заготовки, по которому осуществляется резка, и также как и точка врезки может лежать вне заданного эквидистантного контура. Во многих случаях допускается программирование точки выключения инструмента непосредственно на эквидистантном контуре.

Стратегия минимизации тепловых деформаций при термической резке и требования к качеству реза порождают необходимость управления не только выбором точек врезки, но и управлением траекторией подхода к контуру (lead-in) и способом выхода из контура (lead-out). В зависимости от конкретных условий (вида термической резки, марки и толщины материала, скорости резки, геометрической формы контура и пр.) подход к контуру может осуществляться по дуге окружности, касательная к которой совпадает с касательной к контуру в точке входа, либо производиться по прямой линии (например, по наикратчайшему расстоянию до контура). Соответственно и после завершения резки выход из контура также может осуществляться с включенным инструментом (либо по дуге, либо по прямой линии). Необходимость выхода из контура с включенным инструментом может быть вызвана тем, что в точке выключения инструмента может возникнуть «вырыв» или оплавление части материала, что приводит к искажению геометрии заготовки. Уменьшение эффекта деформации заготовок обеспечивает также врезка в «угловые» точки заготовок (Рис.2).

*Рисунок 2. Пример врезки «в угол»*

Примером нестандартной техники может служить «цепная» резка, которая заключается в резке нескольких контуров с использованием одной точки врезки. При этом каждый контур, как и в случае применения стандартной техники резки, вырезается целиком. На Рис. 3 показан пример схемы резки двух заготовок, в которой резка внешних контуров обеих заготовок производится без выключения инструмента с использованием только одной точки врезки.

Начальная точка

Холостой ход инструмента

11

23

*Рисунок 3. Пример схемы резки двух заготовок с использованием стандартной и «цепной» техники резки*

Перемещение инструмента в точку врезки в этом примере начинается из начальной точки на холостом ходу, а после завершения резки последнего контура предусмотрен возврат инструмента в начальную точку.

На практике применяется также техника резки замкнутого контура заготовок по частям с использованием нескольких точек врезки с целью формирования т.н. «перемычек» (Рис. 4а), а также используются другие специальные приёмы, целью которых является оптимизация различных параметров, характеризующих процесс резки, и соблюдение необходимых технологических требований резки. Техника резки «перемычка» предусматривает оставление не вырезанной части контура заготовки обычно, небольшого прямолинейного отрезка или нескольких отрезков, с резкой этих отрезков после завершения резки оставшейся части контура. Этот прием применяется с целью уменьшения деформаций материала при термической резке заготовок, склонных к термическим деформациям, в частности, длинномерных заготовок. На рис. 4б показан пример искажения геометрической формы (получения т.н. формы «сабли») и изменения размера длинномерной прямоугольной заготовки, вырезаемой без использования техники «перемычка»

2

jumper

1

*Рисунок 4а. Схема формирования перемычки на контуре при резке полосы*

1

*Рисунок 4б. Результат изменнения формы и размера прямоугольной заготовки при термической резке*

На Рис.5 приведен пример использования техники «мост», предполагающей частичную резку замкнутого контура заготовки с последующим завершением резки контура после резки контура другой заготовки или группы контуров других заготовок. Эта техника используется при резке двух или нескольких рядом расположенных заготовок и предусматривает переход по короткой траектории («мосту») к резке другой заготовки и возврат к первому контуру по этой же траектории для завершения процесса резки. Так же, как и «перемычки», мосты существенно уменьшают тепловые деформации материала, особенно при резке длинномерных заготовок, кроме того, сокращают число точек врезки.

* 

*Рисунок 5. Схема резки двух полос с использованием техники «мост»*

Разновидностью техники мост можно считать технику змейка (Рис. 6), в которой также используется прием частичной резки контура и резку нескольких заготовок без выключения инструмента.

Для уменьшения длины рабочего хода инструмента применяют т.н. «совмещенный» рез. Он используется для вырезки заготовок, которые содержат прямолинейные отрезки в контуре, и которые в процессе раскроя размещаются таким образом, что имеют общую границу по одному из таких прямолинейных отрезков. Общая прямолинейная граница позволяет размещать заготовки с половинным припуском на рез (т.е., на ширину реза), поскольку режется только один раз, что экономит материал и сокращает суммарную длину резки на величину совмещенного реза. Совмещенный рез реализован, в частности, в технике резки «восьмёрка», применяемой для резки двух одинаковых заготовок (Рис.7). В этом технике используется также идея цепной резки.



*Рисунок 6. Схема резки «змейка»*

.

1

2

3

4

5

6

8

совмещенный рез

7

*Рисунок 7. Схема резки «восьмеркой» двух заготовок*

Основные технологические требования фигурной резки на машинах с ЧПУ обусловлены необходимостью учёта возникающих деформаций материала и искажения геометрических размеров вырезаемых заготовок при использовании термических технологий резки. Применение специальных техник позволяет уменьшить эффект искажения геометрии, который особенно значителен при использовании газовой и плазменной технологий.

При использовании любой техники резки маршрут инструмента машины с ЧПУ для фигурной листовой резки включает в себя следующие компоненты:

1. точки врезки;
2. рабочий ход инструмента;
3. точки выключения инструмента;
4. линейное перемещение инструмента на холостом ходе между точкой выключения инструмента и следующей точкой врезки.

При разработке управляющей программы первое перемещение инструмента обычно программируется, как на Рис. 3, из начальной точки.

Отметим, что некоторые машины фигурной листовой резки с ЧПУ могут быть укомплектованы специальным видом инструмента, т.н. трехрезаковым блоком для вырезания из листа заготовок с одновременной разделкой кромок поверхности реза для последующей сварки. Врезка в материал для такого инструмента программируется специальными способами. Вопросы применения трехрезакового блока в рамках данной работы не рассматриваются. Также мы не будем рассматривать вопросы маршрутизации инструмента для машин листовой резки с несколькими суппортами.

Введём некоторые определения, касающиеся понятия маршрута резки. В дальнейшем при формальном обозначении математических и геометрических категорий мы будем использовать стандартную теоретико-множественную символику. Ее детальное описание дано в §3.1. Введем следующие определения.

**Сегментом резки **будем называть траекторию рабочего хода инструмента между точкой врезки  и соответствующей ей точкой выключения инструмента . Геометрически сегмент резки представляет собой определенную на эвклидовой плоскости  кривую. . Будем также полагать, что в каждой точке траектории определено направление движения инструмента. Заметим, что если сегмент резки не содержит замкнутых контуров, то направление движения резки в каждой точке траектории однозначно определяется начальной точкой сегмента (точкой врезки). Замкнутые контуры в траектории рабочего хода инструмента могут появляться не только в результате резки контуров заготовок, но и при программировании т.н. петель, которые используются для повышения качества реза.

Используя понятие сегмента резки, все техники фигурной резки на машинах с ЧПУ можно разделить на 3 класса:

1. *Резка по замкнутому контуру (стандартная техника):* в этом случае сегмент резки содержит ровно один замкнутый эквидистантный контур заготовки, который вырезается целиком.
2. *Мульти-сегментная резка контура****:*** в этом случае для вырезки одного контура используются не менее двух сегментов резки.
3. *Мульти-контурная резка:* резка предполагает вырезку нескольких контуров в одном сегменте.

Примерами мульти-контурной резки являются, в частности, приведенные выше техники резки: «цепная резка», «мост», «змейка» и «восьмерка», а примером мульти-сегментной резки – резка с перемычкой. На практике используются и другие специальные техники резки, но все они являются разновидностями техник, относящихся к одному из определенных выше классов.

При разработке управляющих программ для машин фигурной листовой резки с ЧПУ чаще всего применяется стандартная техника резки. Вместе с тем нередко используются и комбинации различных техник резки. Применение той или иной техники резки при проектировании маршрута резки в каждом конкретном случае, как правило, обусловлено либо технологическими требованиями резки, либо стремлением оптимизировать некоторые параметры листовой резки. Подробнее эти вопросы будут рассмотрены ниже.

**§1.2. Маршрут резки и оптимизационные задачи маршрутизации инструмента машин листовой резки с ЧПУ**

Для формального определения маршрута резки введем следующие обозначения.

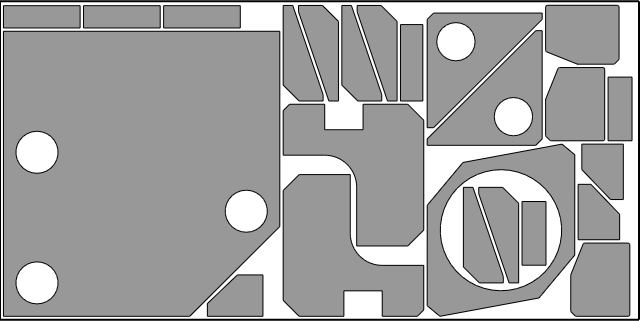
Пусть  – двумерные геометрические объекты (точечные замкнутые множества), представляющие собой односвязные или многосвязные области эвклидовой плоскости , ограниченные одной или несколькими замкнутыми кривыми (граничными контурами) .. Объекты являются геометрическими моделями плоских заготовок/деталей *(в дальнейшем в книге термин «деталь», которая вырезается из листового материала, будет использоваться как синоним термина «заготовка»).*

Пусть также определена область размещения объектов*,* которая является геометрической моделью листового материала, из которого вырезаются детали. В общем случае область размещения может содержать несколько кусков материала (не обязательно прямоугольной формы), но для решения оптимизационных задач маршрутизации инструмента целесообразно рассматривать в качестве области размещения одно замкнутое точечное множество, ограниченное (как и деталь) одним внешним контуром. При этом допустимо наличие отверстий в материале (внутренних контуров). Будем полагать, чтозафиксирован некоторый вариант размещения объектов в области размещения,при этом выполнены условия взаимного не пересечения объектов. Полагаем также, что выполнены другие дополнительные условия, обусловленные технологические требованиями резки деталей на конкретном технологическом оборудовании с ЧПУ, в частности, условие соблюдения необходимой ширины реза. Другими словами, фиксированный вариант размещения объектов является допустимым вариантом раскроя листового материала для заданного набора  деталей.

Пример размещения в прямоугольной области 24 объектов (), описываемых 30 замкнутыми контурами () с заданным минимальным расстоянием между объектами, приведён на Рис.9. Раскройная карта получена с помощью подсистемы автоматического раскроя CAD/CAM системы «Сириус».

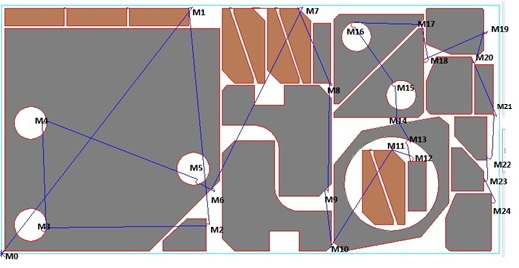
Предположим, что для вырезки деталей было использовано *K* сегментов резки . Тогда маршрут резки деталей можно определить в терминах сегментов резки как кортеж

, (1.2.1) где  – последовательность, в которой вырезаются используемые сегменты резки , – начальная точка положения инструмента. Линейное перемещение инструмента на холостом ходе между точкой выключения инструмента и следующей точкой врезки однозначно определяется этой последовательностью. Если применить комбинаторную терминологию, то последовательность однозначно задаётся перестановкой порядка *K*, т.е. упорядоченным набором натуральных чисел от *1* до *K* (биекцией на множестве)*,* которая числу ставит в соответствие элемент ** из набора. Отметим, что термин «маршрут резки» является общепринятым технологическим понятием. В главах 3-5 при описании математических моделей оптимизации маршрута резки мы будем использовать термин «маршрут» применительно к перестановке , что, в свою очередь, соответствует устоявшейся терминологии в задаче о последовательном обходе мегаполисов.

**

*Рисунок 9. Пример раскроя листа 2000× 1000 мм с заданным минимальным расстоянием между деталями 10 мм*

На рис. 10 показана схема одного из возможных маршрутов резки для примера, приведенного на Рис.9. Маршрут резки содержит 24 сегмент. Для резки внешних контуров трёх групп деталей с точками врезки *M1*(три детали в группе), *M7* (четыре детали в группе) и *M11* была использована мультиконтурная резка (указанные группы деталей выделены коричневым цветом). Все остальные контуры вырезаны с применением стандартной техники резки. Последовательность резки сегментов соответствует номерам точек врезки *MJ (J=1,2,…,24).* После вырезки последнего сегмента возврат инструмента в начальную точку *M0* не программировался.



*Рисунок 10. Пример маршрута резки, содержащего 24 сегмента резки*

На приведенном рисунке визуализация траектории инструмента осуществляется точно по граничным контурам деталей, а не по их эквидистантным контурам, хотя, как отмечено выше, траектория реза должна отстоять от граничного контура на половину ширины реза. Это связано с тем, что в большинстве *CAM* – систем программирование движения инструмента первоначально осуществляется по граничным контурам деталей, а вычисление реальной траектории производится либо непосредственно самой системой ЧПУ, либо специальной программой-постпроцессором, предназначенной для конвертирования информации о маршруте резки из внутреннего формата системы в формат команд конкретного технологического оборудования с ЧПУ. В первом случае величину припуска на рез устанавливает оператор станке перед запуском управляющей программы резки.

В дальнейшем без ограничения общности мы будем полагать, что траектория инструмента в маршруте резки *ROUTE* программируется по граничным контурам, и сегменты резки  содержат все граничные контуры деталей , т.е. . Соответственно, все точки входа в эквидистантный контур (и выхода из эквидистантного контура) (см. Рис.1 из параграфа 1.1) также лежат на граничных контурах.

На Рис.11 показан фрагмент управляющей программы (G-кода) для машины листовой газовой резки типа «Комета» с системой ЧПУ 2Р32М.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| %УП\_2Р32М\_01  N1G91  N2G00X7662Y9909F6000  N3M70T1  N4M71T1  N5G01X-141Y-48F460  N6X-2400  N7X-40  N8X-67  N9X-2400  N10X-40  N11X-67  N12X-2400  N13Y-700  N14X2400  N15Y700  N16Y40  N17X107Y-40  N18Y-700  N19X2400  N20Y700 | N21Y40  N22X107Y-40  N23Y-700  N24X2400  N25Y700  N26Y40  N27M74T1  N28G00X817Y-8745F6000  N29M71T1  N30G03X-108Y0I-54J0F460  N31G01Y-1048  N32X-1740  N33Y400  N34X940Y900  N35X800  N36Y-252  N37X20Y-30  …  …  … | N314M71T1  N315G02X-130Y0I-65J0F460  N316G01Y267  N317G03X-50Y50I-50J0  N318G01X-1366  N319G03X-46Y-31I0J-50  N320G01X-384Y-960  N321G03X-4Y-19I46J-19  N322G01Y-1120  N323G03X14Y-35I50J0  N324G01X122Y-121  N325G03X37Y-14I35J35  N326G01X1627Y-1  N327G03X50Y50I0J50  N328G01Y1933  N329X20Y30  N330M74T1  N331M75T1  N332M02  M30 |

*Рисунок 11. Фрагмент УП для машины листовой резки «Комета» с ЧПУ 2Р32М*

Программа сгенерирована на основе маршрута резки (спроектированного в интерактивном режиме в CAD/CAM системе «Сириус» и показанного на Рис.10) соответствующим постпроцессором со следующими числовыми параметрами резки:

* Число строк в УП – 333;
* Количество точек врезки (пробивки листа) – 24;
* Путь инструмента на рабочей скорости – 27.36 метров;
* Путь инструмента на быстром (холостом) ходу – 8.39 метров;
* Время движения на рабочей скорости – 62.04 мин.;
* Время движения на быстром (холостом) ходу – 1.64 мин.;
* Общее время резки: 63.68 мин.

В зависимости от выбранного маршрута резки, числовые параметры резки могут существенно различаться. Таким образом, при разработке управляющих программ для машин фигурной листовой резки с ЧПУ возникают различные задачи оптимизации маршрута инструмента. В качестве критерия оптимизации (целевой функции) в этих задачах чаще всего рассматривается общее время резки. При термической и гидроабразивной резке для сформированного маршрута резки общее время резки  рассчитывается по следующей формуле:

, (1.2.2)

где *Loff* – длина переходов с выключенным режущим инструментом (холостой ход); *Lon* – длина реза с включенным режущим инструментом; *Voff* – скорость холостого хода; *Von* – скорость рабочего хода режущего инструмента; *Npt* – количество точек врезки; – время, затрачиваемое на одну точку врезки. При этом подразумевается, что получаемое в результате врезки отверстие расположено внутри материала листа. Однако при резке заготовок, как отмечалось, могут быть использованы и другие типы врезки, что приводит к изменению времени врезки  в этих случаях. Если при резке деталей было использовано несколько типов врезки, то формула (1.2.2) запишется в более общем виде:

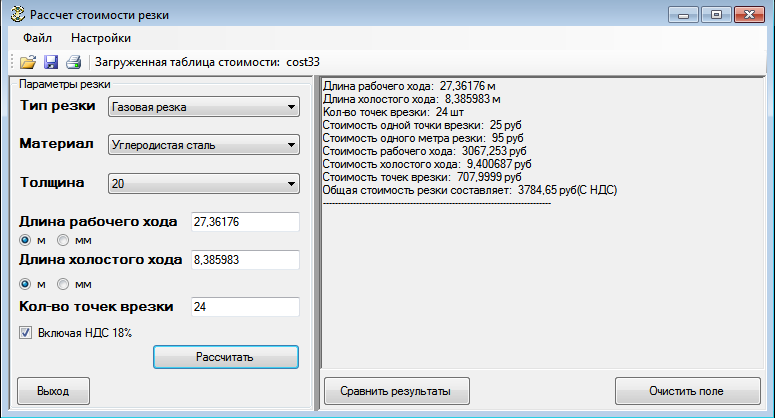
, (1.2.3)

где *p-* число использованных типов врезки,– количество точек врезки типа *j*; – время, затрачиваемое на одну точку врезки типа *j*. И в (1.2.2) и в (1.2.3) значение скорости холостого хода инструмента  – константа, определяемая техническими характеристиками используемого технологического оборудования. Значение рабочего хода инструмента  программируется при разработке управляющей программы в соответствии с используемой технологией резки и параметрами листового материала (марка материала и толщина). Предполагается, что заданная величина  в (1.2.2) и в (1.2.3) также является константой, однако на практике фактическая скорость резки может меняться в зависимости от различных технологических факторов, а также характеристик спроектированной управляющей программы. Это диктует необходимость проведения исследований для определения поправочного коэффициента для величины . В параграфе 1.4 будут приведены результаты такого рода исследований применительно к машине лазерной резки с ЧПУ ByStar 3015 для листового материала АМг3М толщиной от 1,5 до 5 мм.

Важнейшей экономической характеристикой качества разработанной управляющей программы является стоимость (себестоимость) резки деталей на машине с ЧПУ. Это сложный интегрированный показатель, который включает в себя произведённые во время резки затраты на электроэнергию и расходные материалы, на обслуживание машины с ЧПУ, а также другие эксплуатационные затраты. Отметим, что стоимость резки не всегда пропорциональна времени резки, поскольку зависит еще и от различных режимов резки. По аналогии с формулой времени резки (1.2.3) показатель стоимости резки можно определить по следующей формуле:

*,*  (1.2.4)

где  – стоимость единицы пути с включенным режущим инструментом; – стоимость единицы пути с выключенным режущим инструментом; ** – стоимость одной точки врезки, а *,*  и  имеют тот же смысл, что и в формуле(1.2.2).**При этом** *,*,** – величины, зависящие от типа машины с ЧПУ, технологии резки, используемой скорости рабочего хода инструмента, толщины и марки материала. Функциональная зависимость , и **от перечисленных параметров может задаваться либо табличными функциями, либо аналитически. При этом абсолютные значения этих величин на российских предприятиях, использующих машины с ЧПУ, определяются экономическими службами с учетом многих факторов, и могут существенно различаться на разных предприятиях. Зачастую стоимость резки вообще не учитывается в раскройно-заготовительном производстве, либо рассчитывается на основании специальных нормативов, не зависящих от величин *,*  и . Очевидно, что необходимость расчета стоимости резки для каждой управляющей программы резки возникает на предприятиях, оказывающих услуги сторонним организациям по резке материала. Однако и на многих таких предприятиях для определения стоимости резки учитывается только длина рабочего хода инструмента **, которая принимается равной суммарному периметру граничных контуров вырезаемых деталей , что, естественно, приводит к неадекватной оценке эффективности процесса резки. В дальнейшем при оптимизации стоимостных параметров резки мы будем применять теоретически обоснованный способ определения показателя стоимости резки, задаваемый формулой (1.2.4). На Рис.12 представлен расчет стоимости резки  для рассматриваемого примера при резке деталей на машине газовой резке. Значения величин , и  взяты из таблицы, используемой для расчета себестоимости фигурной листовой резки на одном из предприятий Свердловской области.



*Рисунок 12. Пример расчета стоимости резки*  *при резке деталей из углеродистой стали толщины 20 мм на машине газовой резки*

Следует отметить, что задача правильного определения величин , и  для конкретного технологического оборудования и конкретного материала сама по себе является малоисследованной проблемой. В Параграфе 1.4 будут приведены результаты исследования, позволяющего точно вычислять себестоимость лазерной резки применительно для машины с ЧПУ ByStar3015 при резке углеродистой и нержавеющей стали различных толщин (на примере Ст10кп и 12Х18Н10Т), а также при резке алюминия и его сплавов (на примере Амг3М).

В случае использования нескольких типов врезки формула (1.2.4) примет вид:

 (1.2.5)

где  - стоимость одной точки врезки типа *j*.

Как легко заметить, значения целевых функций (1.2.2) – (1.2.5) однозначно определяются маршрутом резки, задаваемым кортежем (1.2.1):

, поскольку геометрия сегментов резки  позволяет вычислить длину рабочего хода инструмента **, а координаты точек  и перестановка  (последовательность, в которой вырезаются используемые сегменты резки), задают набор холостых перемещений инструмента, который определяет суммарную длину холостого хода .

Таким образом, сформулированные задачи оптимизации маршрута инструмента для машин фигурной листовой резки с ЧПУ можно представить в самом общем виде как задачу минимизации некоторой числовой функции *F*, заданной на множестве *G* допустимых кортежей *ROUTE,* т.е.

 (1.2.6)

Поскольку элементы кортежа содержат (помимо последовательности резки , выбираемой из дискретного множества перестановок) точки врезки и точки выключения инструмента , которые, в свою очередь, могут быть выбраны из континуальных подмножеств евклидовой плоскости , даже в случае наложения существенных ограничений на возможность выбора допустимых сегментов оптимизационная задача (1.2.6) может быть отнесена к классу очень сложных задач непрерывно-дискретной оптимизации. Некоторые вопросы формирования допустимых сегментов резки мы рассмотрим в Главе 2 настоящей монографии при математической формализации задачи (1.2.6) и ее сведении к задаче о последовательном обходе мегаполисов. В следующем параграфе мы сформулируем основные ограничения на допустимые значения элементов последовательности резки и на значения, вызванные особенностями технологии листовой резки на машинах с ЧПУ.

**§1.3.Технологические ограничения на параметры маршрута инструмента машин листовой резки с ЧПУ**

1. ***Ограничения на координаты точек врезки и точки выключения инструмента, обусловленные деформацией материала при врезке***

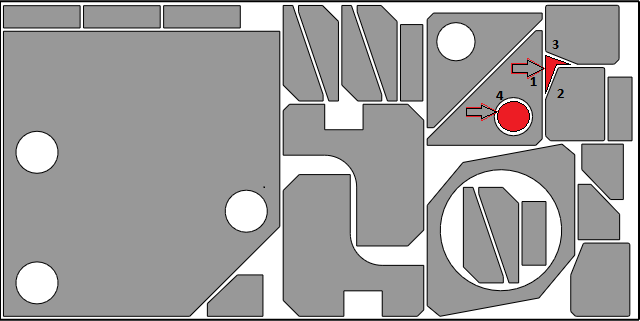
Этот тип ограничений связан с тем, что для соблюдения технологии врезки любая точка врезки  должна лежать (как отмечалось выше) на некотором ненулевом расстоянии от контура детали, по которому движется инструмент. При этом координаты точки врезки должны, естественно, находиться вне областей, занимаемых геометрическими образами других деталей с учетом припуска на рез. Величины необходимых минимально допустимых расстояний от контуров детали до точек врезки и точек выключения инструмента определяются различными технологическими параметрами. Другими словами, этот тип ограничений носит геометрический характер и определяет геометрические области на раскройной карте, в которых допустимо задавать точки врезки для формирования сегментов резки.

Для общей формализации этих ограничений обозначим через – эквидистанты замкнутых контуров , удаленные от них на величину *d,* а через – двумерные геометрические объекты (замкнутые точечные множества), ограниченные этими эквидистантами . При этом будем полагать, что для внешних контуров деталей является внешней эквидистантой, а для внутренних – внутренней. Пусть *ОUT*- конечное множество индексов внешних контуров деталей, а *IN* – соответственно множество индексов внутренних контуров. Обозначим размерность этих множеств соответственно *l* и *s,* т.е*.*. (). Заметим, что если  (все контуры являются внешними), то . Пусть *d1* – минимально допустимое расстояние от контуров деталей до точек врезки, тогда выбранные точки врезки для каждого сегмента резки должны удовлетворять следующим условиям:   (1.3.1)

Как мы уже отмечали, минимально допустимое расстояние от граничных контуров деталей до точек врезки, задаваемых на границе листа, или подготовленных предварительно механическим способом, может быть несколько меньше, чем до точек врезки, получаемым стандартным «прожиганием» (пробивкой) материала листа. Для таких особых точек врезки область , задаваемая условием (1.3.1), может быть расширена. Это условие являются необходимым, но не достаточным, и для конкретных задач могут возникать дополнительные ограничения, обусловленные технологическими особенностями резки, о которых пойдёт речь ниже. В этих случаях, наоборот, область  может быть существенно сокращена.

Аналогичное условию (1.3.1) ограничение справедливо и для точек выключения инструмента:  (1.3.2),

где *d2* – минимально допустимое расстояние от контуров деталей до точек выключения инструмента, которое, чаще всего, меньше *d1* иможет быть, как отмечалось, быть и нулевым. На Рис.12 красным цветом показаны геометрические области листа, допустимые для определения точек врезки при программировании резки внешних граничных контуров деталей, обозначенных на рисунке 1,2 и 3 и внутреннего граничного контура 4. При этом минимально допустимое расстояние *d1* от граничных контуров 1-4 до возможных точек врезки, установленное пользователем *CAM* – системы, равно 9,5 мм.



*Рисунок 12. Пример двух геометрических областей на раскройной карте (выделены красным цветом), допустимых для задания точек врезки*

1. ***Условие предшествования.***

Это условие накладывает ограничения на порядок вырезки сегментов . Ограничения на порядок их резки обусловлены особенностями технологии и оборудования листовой резки с ЧПУ, которые не позволяют после вырезки внешнего контура точно позиционировать инструмент для вырезки внутренних контуров, поскольку деталь после вырезки внешнего контура может изменить свое положение на раскройном столе. Это вызвано тем, что после вырезки внешнего контура вырезанная деталь «теряет» связь с листом, а для многих типов раскройных столов эта деталь может даже изменить свое положение относительно плоскости листа (упасть между статическими конструкциями раскройного стола). При выборе последовательности контуров следует придерживаться следующих правил.

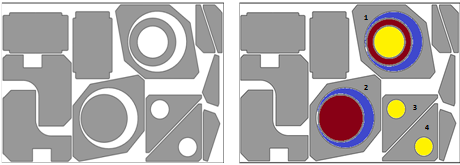
*Правило 1.* Если внешний контур имеет один или более внутренних контуров, которые представляют собой границы отверстий в деталях, то прежде, чем будет начата вырезка внешнего контура, должны быть вырезаны все внутренние контуры.

*Правило 2.* Если внутренний контур детали на раскройной карте содержит внешний контур/контуры другой детали, то сначала должна быть вырезана эта другая деталь с соблюдением *Правила 1.*

Перечисленные правила и называются условием предшествования для перестановки . В терминах её элементов условие означает следующее:

1. если в перестановке  сегмент  содержит внешний контур, то все соответствующие внутренние контуры должны содержаться в сегментах, предшествующих сегменту  в перестановке;
2. если в перестановке  сегмент содержит внутренний контур, который на раскройной карте содержит внутри внешний контур, соответствующий другому объекту  *(l=1,2,…,n)*, то этот внешний контур должен быть вырезан в сегментах, предшествующих сегменту в перестановке *I)*.

Рис. 13 иллюстрирует условие предшествования при формировании маршрута резки для деталей, содержащих внутренние контуры.



а) б)

*Рисунок 13. Пример раскройной карты деталей, содержащих внутренние контуры.*

В соответствии с условиями предшествования резка контуров, ограничивающих цветные области для 4-х деталей на Рис. 13 б, должна осуществляться в следующей последовательности:

1. жёлтый, красный, синий, серый;
2. красный, синий, серый;
3. жёлтый, серый;
4. жёлтый, серый.

Условия предшествования и ограничения на координаты точек врезки и точки выключения инструмента, обусловленные деформацией материала при врезке, имеют *статический* характер, т.е. однозначно определяются спроектированной раскройной картой, используемым для резки технологическим оборудованием и свойством раскраиваемого материала. В терминах маршрута резки  и его параметров  технологическое ограничение **1)** однозначно определяет допустимые геометрические области и  для выбора точек врезки и точек выключения инструмента, а технологическое ограничение **2)** накладывает запрет на некоторые значения перестановки  при формировании порядка резки сегментов. При этом сформулированные требования не зависят от задаваемых параметров кортежа .

В отличие от этих двух технологических ограничений следующий тип технологических требований устанавливает дополнительные ограничения на выбор точки врезки и выбор порядка резки сегментов на каждом шаге формирования маршрута резки (т.е. при определении параметров очередного выбираемого сегмента) в зависимости от того какие параметры маршрута резки были выбраны на предыдущих шагах. Этот тип ограничений обусловлен геометрическими искажениями материала при термической резке деталей.

1. **Эвристические правила термической резки заготовок из листовых материалов\***

Термические воздействия на вырезаемые заготовки можно подразделить на два типа:

* общие изменения геометрических размеров заготовки (уменьшение) вследствие ее вырезания из нагретой части материала;
* изменение геометрической формы заготовок (изменение радиусов у секторов, отклонения от прямолинейности у прямоугольных деталей) и др. Чем больше геометрические размеры заготовки, тем больше изменения. Наиболее подвержены данным изменениям узкие длинные заготовки.

В Таблице 1 приведена типология некоторых видов заготовок по признаку подверженности термическим деформациям. В качестве основных геометрических характеристик классификации заготовок использованы габаритные размеры заготовок (*A* - габаритная длина, *B* - габаритная ширина). Приведенные в таблице типы заготовок относятся, в основном, к номенклатуре машиностроительных предприятий, но широко используются также в раскройно-заготовительном производстве других отраслей промышленности.

*\*) Сформулированные в п.3) правила разработаны сотрудниками ОАО «Уралхиммаш» В.И.Кротовым и А.Д.Гуртовенко на основе опыта резки листовых материалов на машинах термической резки с ЧПУ в котельно-заготовительном комплексе предприятия в 1992г.*

Таблица 1. КЛАССИФИКАЦИЯ ЗАГОТОВОК ПО ПРИЗНАКУ ПОДВЕРЖЕННОСТИ ТЕРМИЧЕСКИХ ДЕФОРМАЦИЙ

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *Термическая характеристика заготовки* | *Описание заготовки* | *Геометрические характеристики заготовки* |
| Заготовки, подверженные термическим деформациям изгиба | Полосы, узкие обечайки, секторы | * B100 мм, А>5B; * 100<B250, А>8B |
| Заготовки, подверженные термическим деформациям изгиба и изменением длины | Длинномерные и узкие полосы и обечайки, длинномерные секторы больших радиусов(R>200 мм) | * B100 мм, А>10B; * 100<B300, А>15B |
| Заготовки, не подверженные термическим деформациям | Фланцы, заглушки, диски, косынки, ребра, стенки, широкие сегменты и обечайки | A/B5 |
| Заготовки, подверженные оплавлению и загрязнению при резке | Малогабаритные косынки, планки, ребра | A200 мм, B200 мм |
| Заготовки, вырезаемые с большим удельным тепловыделением | Полосы, обечайки, секторы со скосами кромок под сварку | A>300 мм, B>150 мм |

В зависимости от термических характеристик заготовок и от требований к их точности выбирается оборудование, способ и последовательность резки. Например, величина удельного тепловыделения – наибольшая при газокислородной резке, поэтому имеет смысл тонкие листы из углеродистых и низколегированных сталей резать плазменно-дуговым способом, дающим попутно большой выигрыш в производительности. Металлы, обладающие более высокой теплопроводностью менее склонны к термическим деформациям. Термообработка листового проката уменьшает тепловые деформации материала и наоборот: необработанный лист более склонен к термическим деформациям, т.к. в нем присутствуют высокие внутренние напряжения, которые накладываются на усилия, возникающие от нагрева при резке.

- термических деформаций оказывают влияние:

* тип резки (газовая, плазменная, лазерная);
* марка материала (его теплопроводность);
* состояние поставки металла (наличие внутренних напряжений), его термообработка;
* толщина металла;
* выбор порядка резки заготовок;
* выбор точек врезки для каждого контура;
* направление обхода контура (по/против часовой стрелки).

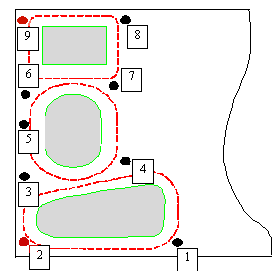
При работе в интерактивном режиме в *CAM* системе пользователь может сам определять контуры или их части для формирования сегментов резки, выбирать порядок резки сегментов и координаты точек врезки в нужном месте посредством курсора «мыши». Автоматический режим предполагает наличие в *CAM* системе соответствующего алгоритма определения маршрута резки  с соблюдением необходимых технологических требований. Сформулируем наиболее важные из технологических требований резки, обусловленные наличием термических деформаций материала. Прежде всего, введем понятия правил «жесткости заготовки» и «жесткости материала».

***Правило «жесткости заготовки*» (*«жесткости детали*»)**

Правило «жесткости заготовки/детали» касается выбора точек врезки   в маршруте резки , а также выбора направления резки контуров деталей. Оно заключается в том, что при резке контура точка врезки и направление резки контура выбираются таким образом, чтобы сначала вырезались участки контура, расположенные в непосредственной близости к границе материала, либо к границе вырезанной области, а завершение резки происходило по участку контура, граничащего с «жесткой» (не вырезанной) частью области.

Поясним правило «жесткости заготовки» на примере. На Рис.14 показаны 3 заготовки и 9 выбранных возможных точек врезки.

Предположим, что мы начинаем резку с заготовки «А» и выбираем одну из первых 4 точек врезки (1-4). Точка 2 является недопустимой для врезки, поскольку при завершении резки не остается «жесткого» участка не вырезанной области в материале, и заготовка (еще до завершения резки контура) начнет перемещаться относительно материала. Кроме этого, заготовка будет получать максимальное нагревание из-за малой площади остатка в области завершения резки. Все это, в конечном итоге, приведет к искажению геометрических размеров заготовки.



*Рисунок14. Пример выбора точек врезки*

Точки 1,3 и 4 являются допустимыми для врезки, однако при выборе точки врезки 1 резка контура должна производиться по часовой стрелке, а при выборе точки 3 - против. Для точки 4 – направление реза не является существенным. При резке следующей заготовки («Б») допустимы точки врезки 4,6 или 7. Для точки 4 правило «жесткости заготовки» предполагает движение резака по часовой стрелке, а для точки 6 – против часовой стрелки.

И, наконец, при резке заготовки «В» допустимы точки врезки 7 или 8. Выбор точки врезки 7 диктует необходимость движения резака по часовой стрелке, а в случае выбора точки 8 – против часовой стрелки.

Таким образом, правило «жесткости заготовок» существенно ограничивает свободу выбора точек врезки и направлений обхода контура. В частности, для данного примера, если все контуры вырезаются по часовой стрелке, то набор точек врезки 1, 4, 7 является наиболее предпочтительным, а если – против часовой стрелки, то – 4, 7, 8 (или 4,6,8). Понятно, что строгая формализация процедуры выбора представляется затруднительной, и остальные допустимые варианты также не приведут к критическим изменениям в геометрии заготовок, но интуитивно ясно, что предлагаемые 3 варианта несколько уменьшат тепловые деформации по сравнению с другими допустимыми вариантами.

Важно отметить, что при изменении порядка вырезки заготовок (например, в последовательности «В», «Б», «А») изменится и набор допустимых точек врезки и направлений реза.

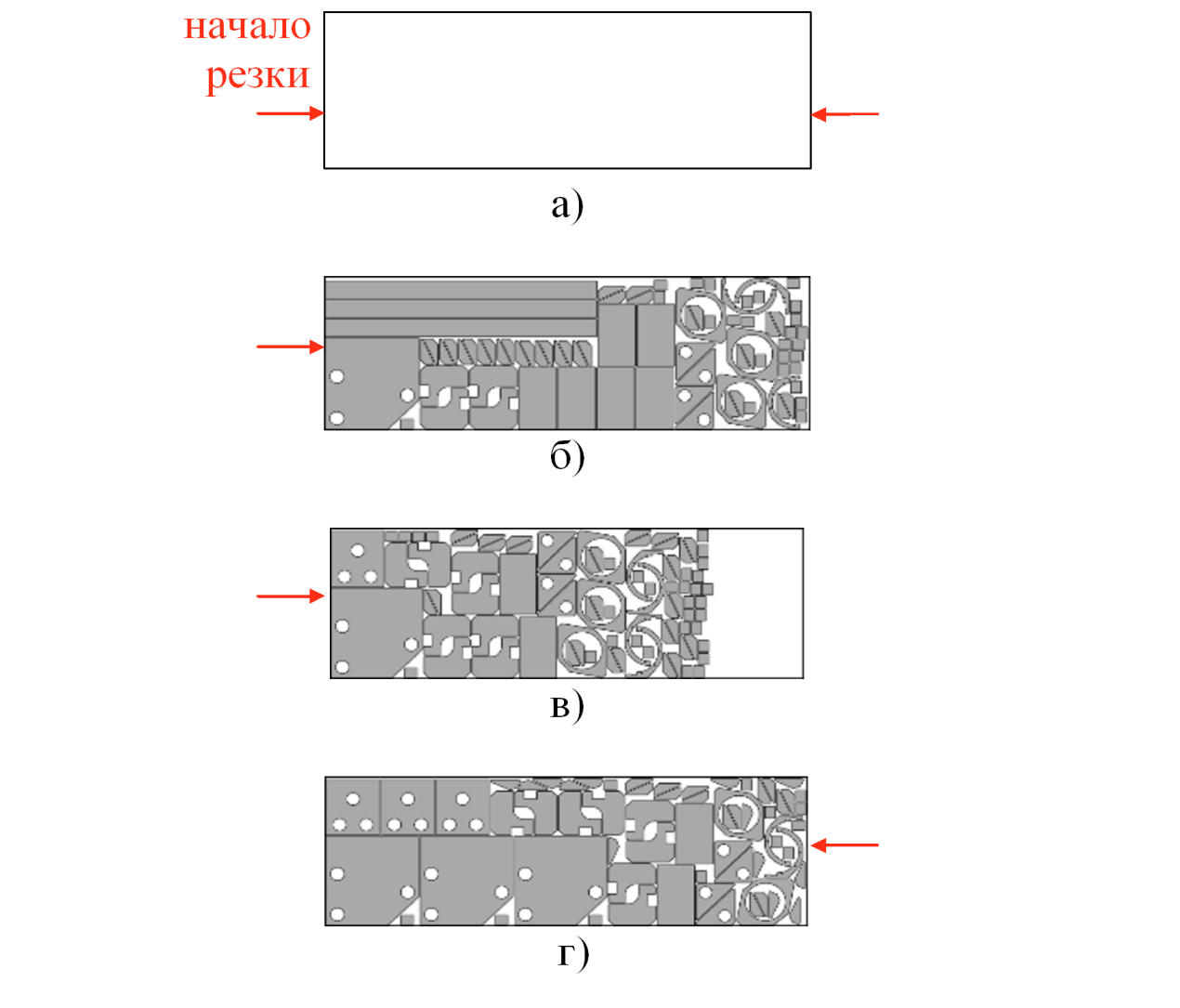
Функция определения допустимых (как с точки зрения геометрических характеристик, так и с точки зрения технологических требований резки) точек врезки является важнейшей функцией *CAM* – системы при автоматическом режиме формирования УП.

***Правило «жесткости материала» («жесткости листа»)***

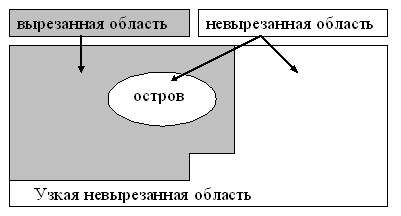
Это правило определяет допустимый порядок (последовательность) , в которой вырезаются используемые сегменты резки . Фактически это правило включает в себя несколько эвристических правил. Рис. 15 иллюстрирует 4 правила выбора стороны материала, с которой следует начинать процесс термической резки. Правило а) рекомендует начинать процесс резки с узкой стороны листа (материала). Правила б), в) и г) уточняют, какую из узких сторон выбрать. Алгоритм выбора заключается в следующем.

1. Сначала определяем, есть ли среди заготовок длинномерные детали (длинномерной деталью в соответствии с Таблицей 1 будем называть заготовки, у которых один из габаритов больше другого не менее, чем в 10 раз). Если эти заготовки расположены вблизи узкой границы материала, то процесс резки следует начинать с них (правило б), так как именно такого рода заготовки подвержены максимальным тепловым деформациям.
2. Затем определяем, есть ли на материале крупный отход. При наличии такого отхода с одной из сторон, процесс резки следует начать с противоположной стороны, поскольку аккумулирующееся в материале в процессе резки тепло в конечной стадии резки должно быть несколько скомпенсировано «жестким» остатком (правило в).
3. И, наконец, если на материале нет крупного отхода, резку следует начинать с той стороны, где суммарные тепловыделения от резки больше (больше мелких деталей, либо больше суммарный периметр реза) (правило г).

Еще два правила «жесткости» заключаются в том, что при выборе последовательности вырезаемых заготовок на материале не должно оставаться узких полос и «островов», содержащих не вырезанные заготовки (см. Рис.16).



*Рисунок 15. Правила выбора начальной стороны материала*



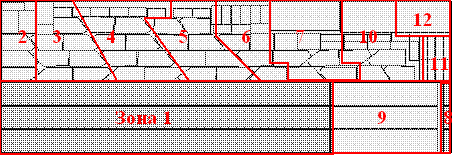
*Рисунок 16. Пример материала с недопустимыми не вырезанными областями*

Для того чтобы обеспечить все правила «жесткости материала», следует предварительно разбить всю область резки на некоторые «зоны» и затем процесс резки заготовок осуществлять в этих зонах последовательно по возрастанию номеров зон, т.е. область размещения *В*разбивается на подобласти

 (1.3.3)

где *l*– количество выбранных зон для области *B.* При этом формирование и нумерация зон должна проводиться в соответствии со всеми правилами «жесткости материала» и таким образом, чтобы оставшаяся не вырезанная область по своей геометрической форме приближалась к квадратной области.

Пример разбиения области термической резки на зоны представлен на Рис.17. Зона 1 и зона 8, выделенные на рисунке темно-серым цветом, сформированы с учетом правила «жесткости материала» б).



*Рисунок17. Пример формирования зон резки с учетом «жесткости» материала.*

***Заключительные замечания***

В настоящее время в научных публикациях по теме настоящей монографии наименее изученными остаются вопросы математической формализации ограничений, связанных именно с технологическими требованиями термической резки. Следует отметить, что правила «жесткости заготовки» и «жёсткости материала» целесообразно учитывать (как показала практика) не только при разработке управляющих программ для машин газовой, плазменной и лазерной резки с ЧПУ, но и при применении машин гидроабразивной фигурной листовой резки. Этот факт свидетельствует о том, что изменения геометрических характеристик материала связано не только с термическими деформациями, но и с механическими трансформациями материала при листовой резке заготовок на машинах с ЧПУ. Рекламные заявления некоторых производителей лазерных и гидроабразивных машин с ЧПУ о незначительных деформациях вырезаемых заготовок при листовой фигурной резке на данных типах технологического оборудования с ЧПУ опровергаются практическими исследованиями. Разумеется, лазерная и гидроабразивная технологии порождают меньшие проблемы с тепловыми деформациями материала, чем газовая и плазменная, но не исключают полностью геометрические искажения формы заготовок при резке.

Если обозначить через  частичный маршрут резки первых  сегментов , , (1.3.4)

то правила «жесткости заготовки» и «жёсткости материала» при формировании допустимого маршрута  помимо соблюдения условий предшествования для перестановки  и условий (1.3.1) и (1.3.2) формирует следующее дополнительное условие: если  - частичный маршрут*,* допустимый с точки зрения всех технологических требований листовой резки 1)-3), сформулированных в этом параграфе, то сегмент с номером  и соответствующая точка врезки  для него в маршруте

(1.3.5)

должны выбираться с учетом уже выбранного частичного маршрута , что фактически означает либо запрет на некоторые «плохие» номера сегментов  и «плохие» точки врезки  в области , либо наложение «штрафа» на «плохие» значения этих параметров кортежа посредством включения наложенного штрафа в целевые функции (1.2.2) – (1.2.5) при решении оптимизационной задачи (1.2.6).

Таким образом, условия «жесткости заготовки» и «жёсткости материала» порождают для задачи непрерывно-дискретной оптимизации (1.2.6) своего рода *динамические* ограничения, формируемые только в процессе вычисления допустимого решения задачи. В параграфе 2.1 настоящей монографии будут изложены некоторые способы математической формализации *динамических* ограничений, и описаны алгоритмы оптимизации, учитывающие эти ограничения.